

Ondas gravitacionales: ecos del universo en movimiento

Adrian David Hauser
<https://0000-0001-6579-0099>
adriankrakhauser@gmail.com
Investigador independiente
Alberta-Canadá

Correspondence author: adriankrakhauser@gmail.com

Received (23/08/2024), Accepted (17/10/2024)

Resumen: En este trabajo se presenta un ensayo científico sobre las ondas gravitacionales y su participación en la comprensión de fenómenos fundamentales del universo. Se analiza su descubrimiento, basado en las predicciones de la teoría de la relatividad general de Einstein, y el impacto que han tenido en la astronomía moderna. Además, se abordan los avances tecnológicos que han permitido su detección, como los interferómetros LIGO y Virgo, destacando su papel crucial en el desarrollo de una nueva era en la observación del cosmos. Este ensayo también se reflexiona sobre las implicaciones científicas, tecnológicas y filosóficas de las ondas gravitacionales, así como su potencial para transformar nuestro conocimiento sobre agujeros negros, colisiones cósmicas y la estructura del espacio-tiempo. Finalmente, se explora cómo estas investigaciones abren la puerta a preguntas más profundas sobre el origen y la evolución del universo.

Palabras clave: detección de ondas, teoría de la relatividad, agujeros negros

Gravitational Waves: echoes of the universe in motion

Abstract: This paper presents a scientific essay on gravitational waves and their participation in the understanding of fundamental phenomena of the universe. Their discovery, based on the predictions of Einstein's theory of general relativity, and the impact they have had on modern astronomy are analyzed. In addition, the technological advances that have allowed its detection, such as the LIGO and Virgo interferometers, are addressed, highlighting its crucial role in the development of a new era in the observation of the cosmos. This essay also reflects on the scientific, technological, and philosophical implications of gravitational waves, as well as their potential to transform our knowledge about black holes, cosmic collisions, and the structure of space-time. Finally, it explores how this research opens the door to deeper questions about the origin and evolution of the universe.

Keywords: wave detection, theory of relativity, black holes.

I. INTRODUCCIÓN

Las ondas gravitacionales representan uno de los avances más significativos en la ciencia moderna, abriendo nuevas ventanas para la exploración del cosmos [1]. Predichas hace más de un siglo por Albert Einstein en su teoría de la relatividad general, estas ondulaciones en el tejido del espacio-tiempo son generadas por eventos cósmicos de extrema violencia, como colisiones de agujeros negros, fusiones de estrellas de neutrones o explosiones de supernovas. Durante décadas, su existencia fue una hipótesis teórica debido a la complejidad inherente de su detección, ya que los efectos que producen son increíblemente diminutos. No fue hasta el 14 de septiembre de 2015 que se logró la primera detección directa de ondas gravitacionales por el Observatorio de Interferometría Láser de Ondas Gravitacionales (LIGO), marcando un momento histórico en la astronomía y confirmando las predicciones de Einstein con precisión asombrosa [2].

Estas ondas no solo corroboraron una de las piezas fundamentales de la relatividad general, sino que también inauguraron una nueva era en la astronomía observacional. Antes de su detección, la observación del universo dependía casi exclusivamente de las ondas electromagnéticas, como la luz visible, las ondas de radio y los rayos X. Sin embargo, las ondas gravitacionales han permitido a los científicos "escuchar" el universo de una manera completamente novedosa, brindando acceso a eventos y regiones del cosmos que antes eran inaccesibles [3]. Este cambio de paradigma amplió significativamente la capacidad de los astrónomos para estudiar fenómenos oscuros y energéticos que no emiten luz, como los agujeros negros. El desarrollo de la tecnología necesaria para detectar ondas gravitacionales ha sido un hito en la ingeniería y la física moderna. Los detectores como LIGO en los Estados Unidos y Virgo en Italia utilizan interferometría láser para medir desplazamientos infinitesimales en la distancia entre espejos situados a kilómetros de distancia [4]. Estas instalaciones detectan cambios del orden de una fracción del diámetro de un protón, una hazaña que resalta la precisión y sofisticación tecnológica alcanzada. Además, proyectos como KAGRA en Japón y el observatorio espacial LISA, previsto para lanzarse en la próxima década, prometen ampliar aún más nuestra capacidad para detectar estas ondulaciones y explorar fenómenos gravitacionales en escalas aún mayores.

El impacto de las ondas gravitacionales va más allá de la física teórica y la astronomía. Su descubrimiento ha inspirado debates filosóficos sobre la naturaleza del espacio y el tiempo, así como sobre el lugar del ser humano en el universo [5]. También ha fomentado la colaboración internacional en la investigación científica, con equipos de todo el mundo trabajando en conjunto para interpretar los datos y explorar nuevas fronteras del conocimiento. Además, la detección de ondas gravitacionales ha estimulado el interés público en la ciencia, capturando la imaginación de las personas y destacando la importancia de la inversión en investigación básica.

A medida que las tecnologías de detección se perfeccionan y se implementan nuevas estrategias para analizar datos, las ondas gravitacionales están comenzando a revelar una imagen más rica y compleja del universo [6]. Este ensayo se centra en explorar los fundamentos teóricos, los avances tecnológicos y las implicaciones científicas de las ondas gravitacionales, así como su relevancia para futuras investigaciones que prometen desentrañar los misterios más profundos del cosmos. La comprensión de estas ondas no solo amplía nuestra perspectiva cósmica, sino que también resalta el ingenio humano para explorar los límites de lo desconocido.

II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Las ondas gravitacionales se encuentran arraigadas en la teoría de la relatividad general, formulada por Albert Einstein en 1915 [7]. Esta teoría revolucionó la comprensión de la gravedad, al conceptualizarla no como una fuerza tradicional, sino como una curvatura del espacio-tiempo causada por la presencia de masa y energía. Según este marco teórico, los objetos masivos deforman el tejido del espacio-tiempo, y esta deformación determina cómo se mueven otros objetos y la luz a su alrededor. Este planteamiento reemplazó la visión newtoniana de la gravedad como una fuerza que actúa instantáneamente a distancia, y estableció una base para explorar fenómenos gravitacionales con un nivel de detalle sin precedentes.

En este contexto, las ondas gravitacionales son ondulaciones en el espacio-tiempo que se propagan a la velocidad de la luz [8]. Estas se producen cuando un sistema de masas sufre cambios acelerados de forma no simétrica, como en el caso de la fusión de dos agujeros negros o estrellas de neutrones, eventos que liberan cantidades inmensas de energía en un periodo de tiempo extremadamente corto. Las ondas gravitacionales llevan consigo información directa sobre estos eventos catastróficos y las propiedades de los objetos que los generan, como sus masas, velocidades de rotación y distancias. En esencia, las ondas gravitacionales actúan como "mensajeros cósmicos" que transportan datos desde regiones del universo que, de otro modo, permanecerían inobservables.

El concepto de ondas gravitacionales surgió como una solución matemática a las ecuaciones de campo de Einstein, que describen cómo la energía y la materia influyen en la curvatura del espacio-tiempo. Einstein mismo predijo en 1916 la existencia de estas ondas, pero también reconoció la dificultad extrema de detectarlas, debido a su débil interacción con la materia. Las ondas gravitacionales causan deformaciones minúsculas en las distancias entre objetos; por ejemplo, en la Tierra, estas deformaciones pueden ser del orden de una millonésima de un átomo. Este reto técnico hizo que la búsqueda de ondas gravitacionales se pospusiera durante décadas, hasta que los avances tecnológicos en la interferometría láser permitieron su detección directa en el siglo XXI [9].

Uno de los pilares teóricos clave es que las ondas gravitacionales transportan energía en forma de radiación gravitacional, un fenómeno que afecta la dinámica de los sistemas astronómicos que las producen. Por ejemplo, los pulsos gravitacionales emitidos por un sistema binario de estrellas de neutrones hacen que las órbitas de estas estrellas se encojan con el tiempo, una predicción que fue confirmada indirectamente en 1974 con la observación del púlsar binario PSR B1913+16 por Russell Hulse y Joseph Taylor, quienes ganaron el Premio Nobel de Física en 1993 por este trabajo. Este hallazgo proporcionó una validación indirecta de las ondas gravitacionales antes de su detección directa [10].

Otro aspecto teórico fundamental es cómo las ondas gravitacionales interactúan con el espacio-tiempo. En un universo dominado por la relatividad general, estas ondas pueden alterar la geometría del espacio a medida que pasan, estirándolo y comprimiéndolo perpendicularmente a su dirección de propagación. Esta propiedad se describe mediante los "modos" de polarización de las ondas gravitacionales, conocidos como modos "+" y "x", que son una característica única de las ondas gravitacionales y que las distinguen de otras formas de radiación, como las ondas electromagnéticas [11].

Además, la relatividad general predice que las ondas gravitacionales pueden generarse en cualquier escala, desde procesos cósmicos masivos hasta fluctuaciones cuánticas en el espacio-tiempo. Esto ha dado lugar a teorías que combinan la relatividad general con la mecánica cuántica para explorar cómo las ondas gravitacionales pueden surgir de fenómenos a escalas subatómicas, lo que representa un terreno aún inexplorado y lleno de potencial para la física moderna.

Las teorías asociadas a las ondas gravitacionales no solo consolidan la relatividad general como una teoría integral de la gravedad, sino que también extienden su alcance hacia nuevos dominios de investigación. Estos principios subyacen en el diseño de detectores avanzados como LIGO, Virgo y futuros observatorios espaciales, y proporcionan las herramientas matemáticas y conceptuales para interpretar los datos que estos instrumentos recogen. Así, las ondas gravitacionales no solo validan el genio de Einstein, sino que también expanden nuestra capacidad para comprender el universo en sus escalas más extremas

A. Características de las ondas gravitacionales

Las ondas gravitacionales son perturbaciones en la curvatura del espacio-tiempo que se propagan como ondas a la velocidad de la luz, producidas por movimientos acelerados de grandes masas, especialmente en sistemas astrofísicos extremos [12]. Estas ondas llevan consigo información única sobre los fenómenos que las generan y presentan características fundamentales que las hacen un fenómeno singular dentro de la física moderna.

Propagación y naturaleza de las ondas gravitacionales

A diferencia de las ondas electromagnéticas, que se propagan en el espacio-tiempo, las ondas gravitacionales son ondulaciones del propio tejido del espacio-tiempo. Estas deformaciones se propagan en dos "modos de polarización", conocidos como modos "+" y "x", que describen cómo las ondas estiran y comprimen el espacio-tiempo en direcciones perpendiculares entre sí. La propagación de las ondas gravitacionales está gobernada por las ecuaciones de campo de Einstein en su forma linealizada. En regiones donde la curvatura del espacio-tiempo es débil, las perturbaciones gravitacionales $\bar{h}_{\mu\nu}$ cumplen con una ecuación de onda descrita en (1)

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = 0, \quad (1)$$

donde \square es el operador d'Alembertiano, definido como se describe en (2)

$$\square = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \quad (2)$$

Esta ecuación indica que las ondas gravitacionales se propagan como ondas armónicas a la velocidad de la luz en el vacío.

Intensidad y amplitud

La amplitud de las ondas gravitacionales disminuye con la distancia al sistema que las genera [13], siguiendo una relación inversamente proporcional a la distancia, $1/r$. Esto implica que la intensidad detectada de las ondas es extremadamente débil a escalas cósmicas, lo que hace que su detección requiera instrumentos de altísima precisión. De esta manera, la deformación causada por una onda gravitacional en un sistema se describe mediante el tensor de perturbación gravitacional $h_{\mu\nu}$, que cuantifica los cambios relativos en las distancias entre puntos en el espacio. Esta deformación, conocida como "tensión gravitacional", es tan pequeña que incluso las ondas gravitacionales más intensas generan variaciones del orden de 10^{-21} , lo que equivale a cambios en una distancia de un millón de kilómetros que no superan el tamaño de un protón.

Fuentes de ondas gravitacionales

Las ondas gravitacionales se producen en situaciones donde existen aceleraciones masivas asimétricas. Algunas de las fuentes más comunes incluyen [15]:

- Sistemas binarios compactos: Fusión de agujeros negros, estrellas de neutrones o combinaciones de ambos.
- Supernovas: Explosiones estelares asimétricas.
- Rotación de estrellas de neutrones deformadas: Pulsares con irregularidades en su estructura generan ondas gravitacionales continuas.
- Inflación cósmica: Oscilaciones en el espacio-tiempo durante los primeros instantes del universo podrían haber generado ondas gravitacionales primordiales.

Polarización y efectos en el espacio-tiempo

Las ondas gravitacionales tienen polarizaciones únicas, que se reflejan en su capacidad para estirar y comprimir distancias de forma alternada en direcciones ortogonales [16]. Esto es una característica distintiva que las separa de otros tipos de ondas como las electromagnéticas. Por ejemplo, si una onda gravitacional pasa a través de un conjunto de puntos dispuestos en un círculo, estos se deformarán en un patrón que alterna entre las formas de "+" y "x".

Relación con la energía y la dinámica orbital

Las ondas gravitacionales transportan energía en forma de radiación gravitacional, lo que afecta la dinámica de los sistemas binarios que las producen [17]. La pérdida de energía debido a la emisión de ondas gravitacionales provoca que las órbitas de los cuerpos binarios se reduzcan progresivamente, lo cual fue confirmado con la observación del púlsar binario PSR B1913+16. La energía emitida por un sistema binario en forma de ondas gravitacionales puede describirse mediante la ecuación (3)

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{32 G^4 (m_1 m_2)^2 (m_1 + m_2)}{5 c^5 r^5} \quad (3)$$

donde G es la constante gravitacional, c la velocidad de la luz, m_1 y m_2 las masas de los cuerpos, y r la separación orbital.

Detección de ondas gravitacionales

La detección directa de ondas gravitacionales se logró por primera vez en 2015 por los observatorios LIGO y Virgo, con la observación de la fusión de dos agujeros negros [18]. Los detectores utilizan interferometría láser para medir las diminutas deformaciones causadas por las ondas al pasar por la Tierra. La precisión de estos instrumentos es tal que pueden detectar cambios en longitudes equivalentes a una fracción del tamaño de un protón.

Características únicas y relevancia científica

Las ondas gravitacionales pueden atravesar regiones opacas a las ondas electromagnéticas, lo que permite estudiar fenómenos ocultos como los interiores de las supernovas o la dinámica de los agujeros negros. Además, proporcionan datos sin interacción con la materia intermedia, lo que las convierte en una herramienta limpia para estudiar eventos cósmicos [19]. También es importante destacar que, en conjunto con observaciones electromagnéticas, las ondas gravitacionales forman parte de la astronomía multimensajero, una nueva era en la exploración del cosmos. De manera que, las ondas gravitacionales representan una ventana única hacia los eventos más extremos del universo, permitiendo a los científicos explorar fenómenos que antes eran inalcanzables. Su estudio no solo valida la teoría de la relatividad general, sino que también abre nuevas preguntas sobre la naturaleza de la gravedad y su integración con otras fuerzas fundamentales del universo.

B. Los avances tecnológicos y las implicaciones científicas de las ondas gravitacionales

Los avances tecnológicos y las implicaciones científicas de las ondas gravitacionales han transformado la forma en que entendemos el universo, marcando el inicio de una nueva era en la astrofísica y la cosmología. Desde su detección en 2015 por los observatorios LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) y Virgo, las ondas gravitacionales se han convertido en una herramienta revolucionaria para explorar fenómenos cósmicos extremos y validar teorías fundamentales de la física.

Interferometría láser de alta precisión:

Los detectores LIGO y Virgo utilizan tecnología de interferometría láser para medir deformaciones minúsculas en el espacio-tiempo, causadas por ondas gravitacionales al pasar por la Tierra. Estos detectores son capaces de registrar cambios en distancias menores que el diámetro de un protón, gracias a brazos de varios kilómetros de longitud que reflejan haces láser repetidamente para aumentar la sensibilidad.

Sistemas de aislamiento sísmico:

Los detectores están diseñados para minimizar el ruido sísmico y ambiental, utilizando sistemas avanzados de aislamiento que permiten distinguir las señales de las ondas gravitacionales de las vibraciones terrestres.

Algoritmos de procesamiento de datos:

La identificación de ondas gravitacionales requiere la comparación de las señales registradas con modelos teóricos generados mediante simulaciones computacionales. Los avances en inteligencia artificial y aprendizaje automático han mejorado significativamente la detección y análisis de estas señales.

Colaboración global:

Los observatorios LIGO y Virgo, junto con el detector japonés KAGRA, forman una red global que permite una mayor precisión en la localización de fuentes de ondas gravitacionales. Esto ha sido crucial para realizar observaciones coordinadas con telescopios ópticos, de rayos X y de radio, inaugurando la astronomía multimensajero.

Desarrollo de futuros detectores:

Se están diseñando detectores más avanzados, como el observatorio espacial LISA (Laser Interferometer Space Antenna), que estudiará ondas gravitacionales de frecuencias más bajas, y el Einstein Telescope, un detector terrestre de tercera generación que será más sensible y abarcará un rango más amplio de eventos cósmicos.

C. Implicaciones científicas

La detección de ondas gravitacionales ha proporcionado una confirmación directa de una predicción clave de la teoría de la relatividad general de Einstein, consolidando su posición como una de las teorías más robustas de la física. Además, han permitido estudiar eventos como la fusión de agujeros negros y estrellas de neutrones, que antes eran inobservables mediante ondas electromagnéticas. Estos fenómenos ofrecen información crucial sobre la dinámica de los sistemas binarios y los procesos de colapso gravitacional.

Las ondas gravitacionales primordiales, generadas durante la inflación cósmica, podrían ofrecer pistas sobre los primeros instantes del universo y las propiedades fundamentales del espacio-tiempo. La detección de estas ondas abriría una ventana única al universo temprano. También proporcionan una nueva forma de medir parámetros cosmológicos, como la constante de Hubble, con un nivel de precisión que complementa las mediciones tradicionales basadas en observaciones electromagnéticas. La observación simultánea de ondas gravitacionales y señales electromagnéticas ha revolucionado la astrofísica, permitiendo estudios más completos de eventos como la fusión de estrellas de neutrones, que generan ondas gravitacionales, rayos gamma y otros tipos de radiación.

La comparación de las observaciones con las predicciones de la relatividad general permite buscar desviaciones que podrían revelar nuevas teorías de la gravedad o indicios de física más allá del modelo estándar. Los avances tecnológicos y científicos en el estudio de las ondas gravitacionales han impulsado innovaciones en áreas como la óptica, la mecánica cuántica, la ciencia de materiales y el procesamiento de datos.

El futuro del estudio de las ondas gravitacionales es prometedor. Con el desarrollo de detectores más avanzados y colaboraciones globales más amplias, se espera descubrir nuevos tipos de fuentes gravitacionales, como supernovas asimétricas o el fondo de ondas gravitacionales estocásticas generado por eventos cósmicos colectivos. Además, la integración de estas observaciones con datos electromagnéticos y de neutrinos permitirá una comprensión más completa del universo.

CONCLUSIONES

Las ondas gravitacionales representan uno de los avances más significativos en la comprensión del universo, ya que nos ofrecen una nueva forma de observar fenómenos cósmicos que antes eran inalcanzables. Su detección válida de manera directa la predicción de la teoría de la relatividad general de Einstein, mostrando cómo las distorsiones en el tejido espacio-temporal pueden propagarse como ondas desde eventos de alta energía, como fusiones de agujeros negros o colisiones de estrellas de neutrones. Este descubrimiento no solo reafirma nuestra comprensión de las leyes fundamentales de la física, sino que también abre caminos para explorar dinámicas cósmicas extremas con una precisión sin precedentes.

Los avances tecnológicos asociados a la detección de ondas gravitacionales han impulsado una revolución en la instrumentación científica. La capacidad de los interferómetros láser, como LIGO y Virgo, para detectar cambios minúsculos en distancias a escala subatómica refleja una ingeniería de precisión extraordinaria. Estas innovaciones no solo benefician a la astronomía, sino que también tienen aplicaciones en áreas como la óptica, la computación de alta capacidad y la inteligencia artificial, generando impactos interdisciplinarios que trascienden la astrofísica.

El impacto de las ondas gravitacionales se extiende al ámbito cosmológico, donde ofrecen una herramienta única para estudiar los primeros instantes del universo. Las ondas gravitacionales primordiales, generadas durante la inflación cósmica, tienen el potencial de proporcionar evidencia directa sobre los eventos iniciales del Big Bang y las propiedades fundamentales del espacio-tiempo. Este enfoque complementa las observaciones electromagnéticas, permitiendo una visión más completa y detallada del origen y evolución del cosmos.

El estudio de las ondas gravitacionales también ha fomentado la colaboración científica global. Redes de detectores en diferentes continentes, como LIGO, Virgo y KAGRA, trabajan de manera conjunta para aumentar la precisión de las detecciones y la localización de fuentes. Esta cooperación internacional no solo mejora la calidad de los datos obtenidos, sino que también fortalece las relaciones entre comunidades científicas de todo el mundo, promoviendo una ciencia más inclusiva y colectiva.

Las ondas gravitacionales representan una oportunidad única para explorar preguntas fundamentales sobre la naturaleza del universo y su estructura. Al integrar las observaciones de ondas gravitacionales con datos de otras fuentes, como la radiación electromagnética y los neutrinos, los científicos pueden abordar problemas complejos que requieren múltiples perspectivas. Este enfoque multimensajero está transformando nuestra capacidad de interpretar los fenómenos cósmicos, consolidando a las ondas gravitacionales como una herramienta indispensable en la búsqueda del conocimiento universal.

REFERENCIAS

- [1] C. Moreno, R. García-Salcedo, A. Lara, y J. Ramírez, "Introducción a las ondas gravitacionales," *Latin-American Journal of Physics Education*, vol. 2, no. 3, p. 28, 2008.
- [2] G. González y A. Sintés, "Ondas gravitacionales: mensajeras del universo," *Revista Española de Física*, vol. 29, no. 4, pp. 14-18, 2015.
- [3] A. M. S. Olives y B. Sorazu, "La observación de ondas gravitacionales con LIGO," *Investigación y Ciencia*, no. 485, pp. 16-26, 2017.
- [4] M. Pitkin, S. Reid, S. Rowan, y J. Hough, "Gravitational wave detection by interferometry (ground and space)," *Living Reviews in Relativity*, vol. 14, pp. 1-75, 2011.
- [5] Y. Gong, J. Luo, y B. Wang, "Concepts and status of Chinese space gravitational wave detection projects," *Nature Astronomy*, vol. 5, no. 9, pp. 881-889, 2021.
- [6] L. Ju, D. G. Blair, y C. Zhao, "Detection of gravitational waves," *Reports on Progress in Physics*, vol. 63, no. 9, pp. 1317, 2000.
- [7] K. Riles, "Gravitational waves: Sources, detectors and searches," *Progress in Particle and Nuclear Physics*, vol. 68, pp. 1-54, 2013.
- [8] B. F. Schutz, "Networks of gravitational wave detectors and three figures of merit," *Classical and Quantum Gravity*, vol. 28, no. 12, art. no. 125023, 2011.
- [9] S. Rowan y J. Hough, "Gravitational wave detection by interferometry (ground and space)," *Living Reviews in Relativity*, vol. 3, no. 1, art. no. 3, 2000.
- [10] B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, M. R. Abernathy, K. Ackley, C. Adams, ... y R. T. DeRosa, "Exploring the sensitivity of next generation gravitational wave detectors," *Classical and Quantum Gravity*, vol. 34, no. 4, art. no. 044001, 2017.
- [11] J. Weber, "Detection and generation of gravitational waves," *Physical Review*, vol. 117, no. 1, pp. 306, 1960.
- [12] W. Zhao y Y. Zhang, "Relic gravitational waves and their detection," *Physical Review D—Particles, Fields, Gravitation, and Cosmology*, vol. 74, no. 4, art. no. 043503, 2006.
- [13] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich, y S. Rajendran, "Gravitational wave detection with atom interferometry," *Physics Letters B*, vol. 678, no. 1, pp. 37-40, 2009.
- [14] C. Bond, D. Brown, A. Freise, y K. A. Strain, "Interferometer techniques for gravitational-wave detection," *Living Reviews in Relativity*, vol. 19, pp. 1-217, 2016.
- [15] A. Królak y M. Patil, "The first detection of gravitational waves," *Universe*, vol. 3, no. 3, art. no. 59, 2017.
- [16] W. T. Ni, "Space gravitational wave detection: Progress and outlook," *arXiv preprint arXiv:2409.00927*, 2024.
- [17] K. Goda, O. Miyakawa, E. E. Mikhailov, S. Saraf, R. Adhikari, K. McKenzie, ... y N. Mavalvala, "A quantum-enhanced prototype gravitational-wave detector," *Nature Physics*, vol. 4, no. 6, pp. 472-476, 2008.
- [18] C. Cutler, "Angular resolution of the LISA gravitational wave detector," *Physical Review D*, vol. 57, no. 12, pp. 7089-7102, 1998.
- [19] S. L. Danilishin y F. Y. Khalili, "Quantum measurement theory in gravitational-wave detectors," *Living Reviews in Relativity*, vol. 15, pp. 1-147, 2012.